

TD N° 10 (Variables aléatoires)**Exercice 1**

Afin de mener une expérimentation de pharmacologie animale, on tire au hasard 2 comprimés dans un pot opaque qui contient 7 indiscernables au toucher. Parmi ces comprimés, 1 est sans principe actif (excipients seuls), 2 sont dosés à 100 mg de principe actif, 2 sont dosés à 200 mg et les 2 derniers à 300 mg.

Les 2 comprimés tirés sont administrés à un animal donné, et l'on considère la variable aléatoire X : dose ingérée par l'animal.

- 1) Calculer la loi de probabilité de X.
- 2) Calculer l'espérance et la variance.
- 3) Calculer la fonction de répartition et tracer son graphe.

Exercice02 :

Dans un service hospitalier, sont admis 12 malades atteints de cancer, dont 5 porteurs d'un cancer bronchiques, et 7 présentant un cancer digestif. On procède un transfert de 6 malades. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de malades transférés atteints d'un cancer digestif.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X.
- 2) Déterminer la fonction de répartition.
- 3) Déterminer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice03 :

On lance deux dés, on appelle Z la v.a égales à la valeur absolue de la différence des numéros obtenus. Déterminer la loi de Z, sa fonction de répartition, son espérance et sa variance.

Exercice04 :

Une variable aléatoire X admet pour densité de probabilité :

$$f(x) = \begin{cases} ax(2-x) & \text{pour } x \in [0,2] \\ 0 & \text{pour } x \notin [0,2] \end{cases}$$

- 1) Calculer a .
- 2) Calculer la moyenne de X, son écart type.
- 3) Déterminer la fonction de répartition $F_X(x)$.
- 4) Calculer $P(-1 < X < +1,5)$.

Exercice05:

On considère un couple de variables aléatoires (X,Y) dont la loi conjointe est donnée par :

X\Y	0	1	2
-1	a	2a	a
0	0	a	a
1	2a	0	a

- 1) Déterminer a
- 2) Déterminer les lois marginales de X et Y.
- 3) Calculer $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$ et $V(Y)$.
- 4) Trouver la loi $T = X.Y$ et $S = X+Y$.
- 5) Etudier l'indépendance de X et Y.

Exercice Supplémentaire :

Soit la fonction de densité suivante :

$$f(y) = \begin{cases} 0 & \text{pour } y < -2 \\ \frac{1}{4}(y+2) & \text{pour } y \in]-2, 0] \\ \frac{1}{2} & \text{pour } y \in]0, 1] \\ 0 & \text{pour } y > 1 \end{cases}$$

- 1) Calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.
- 2) Déterminer la fonction de répartition.
- 3) Calculer $P(1 < Y < +1)$.